

# **METODA GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA U DINAMIČKOJ ANALIZI JEDNOSTRUKO PRENOSNIH SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA**

## **I OPŠTI DEO**

<b>1. OPŠTA PITANJA I BAZIČNE POSTAVKE</b>	
<b>METODE GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA</b>	<b>1</b>
<b>    1.1 Hronološki pregled</b>	
<b>postignutih rezultata na polju</b>	
<b>izučavanja metode geometrijskog mesta korenova</b>	<b>2</b>
<b>1.1.1 Jednostruko prenosni</b>	
<b>sistemi automatskog upravljanja sa povratnom spregom</b>	<b>2</b>
<b>1.1.2 Višestruko prenosni</b>	
<b>sistemi automatskog upravljanja sa povratnom spregom</b>	<b>2</b>
<b>Literatura</b>	<b>7</b>

## **II METODA**

### **GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA U PRIMENI NA JEDNOSTRUKO PRENOSNE SISTEME AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA**

<b>2. VREMENSKI KONTINUALNI LINEARNI SISTEMI AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA .....</b>	<b>11</b>
2.1 Definicija geometrijskog mesta korenova .....	11
2.2 Pravila za konstrukciju hodografa GMK .....	14
2.3 Primena metode geometrijskog mesta korenova u dinamičkoj analizi zatvorenih sistema automatskog upravljanja .....	34
2.3.1 Stabilnost .....	34
2.3.2 Stepen prigušenja .....	36
2.3.3 Pojačanja i statičke greške .....	39
2.3.4 Dominantna vremenska konstantna i vreme smirenja .....	39
2.3.5 Pretek pojačanja .....	39
2.3.6 Propusni opseg .....	41
2.3.7 Određivanje frekventnih karakteristika .....	41
2.3.8 Hodograf geometrijskog mesta korenova za $-\infty \leq K_{ok} < 0$ .....	43
Literatura .....	44
<b>3. VREMENSKI DISKRETNI LINEARNI SISTEMI AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA .....</b>	<b>45</b>
3.1 Uzajamna veza između odziva i položaja korena u <i>s</i> ravni i <i>z</i> <i>ravni</i> .....	45
3.2 Efekat distribucije polova i nula u <i>z</i> <i>ravni</i> na maksimalni preskok i na trenutak nastajanja preskoka u odzivu vremenski diskretnog sistema .....	48
3.3 Metoda geometrijskog mesta korenova za vremenski diskretne sisteme automatskog upravljanja .....	55
Literatura .....	62

## **5. METODA**

<b>GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA: Geometrijski prilaz</b>	71
<b>5.1 Uvod</b>	71
<b>5.2 Postavka zadatka</b>	71
<b>5.3 Geometrijska struktura matrica <math>B</math> i <math>C</math></b>	75
5.3.1 Značaj strukture matrica $B$ i $C$	75
5.3.2 Višestruko prenosne nule i nulti prostor matrica $B$ i $C$	76
<b>5.4 <math>BC</math> pristup</b>	78
5.4.1 Slučaj kada je matrični proizvod $CB$ punog ranga	78
5.4.2 Slučaj kada je matrični proizvod $CB$ nepotpunog ranga	83
5.4.3 Asimptotsko ponašanje geometrijskog mesta korenova u slučaju nepotpunog ranga $CB$	88
5.4.4 Specijalni slučajevi	93
<b>5.5 <math>CB</math> pristup</b>	96
5.5.1 Uvod	96
5.5.2 Struktura $CB$	97
5.5.3 Beskonačne nule prvog i drugog reda	98
5.5.4 Opšti slučaj – beskonačne nule svih mogućih redova	99
<b>5.6 Pivoti</b>	104

<b>5.7 Uglovi napuštanja polova i pristizanja u konačne nule višestruko prenosnih sistema</b>	106
5.7.1 Uvod	106
5.7.2 Analiza postavljenog zadatka	106
<b>5.8 Algoritam za konstrukciju</b>	112
<b>5.9 Primeri</b>	125
<b>5.10 Inverzni sistem</b>	144
<b>5.11 Problem sinteze kod višestruko prenosnih SAU</b>	149
<b>Literatura</b>	157
 <b>6. METODA</b>	
<b>GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA:</b>	
<b>Prilz sa pozicija razvoja u redove</b>	159
6.1 Uvod	159
6.2 Beskonačne nule i asimptote	162
6.2.1 Beskonačne nule prvog reda	162
6.2.2 Beskonačne nule drugog reda	164
6.2.3 Beskonačne nule višeg reda	168
6.2.4 Slučaj nesvojstvenih sistema	174
6.3 Asimptotsko ponašanje hodografa GMK	176
6.4 Pivoti	180
6.4.1 Lokacija pivota	180
6.4.2 Postavljanje pivota u željenu lokaciju	181
6.5 Prilazak konačnim nulama	182
6.5.1 Konačne nule	182
6.5.2 Uglovi prilaska konačnim nulama	187
6.6 Uglovi napuštanja polova	191
6.6.1 Prvi pristup – razvijanje u red	191
6.6.2 Drugi pristup – primena bilinearne transformacije	192
6.7 Presek hodografa GMK sa imaginarnom osom	196
6.7.1 Uvod	196
6.7.2 Analiza	196
6.8 Numerički primer	202
<b>Literatura</b>	210

**7. METODA****GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA:**

Prilaz sa pozicija karakteristične funkcije pojačanja i karakteristične frekventne funkcije .....	213
7.1 Uvod .....	213
7.2 Postavka problema .....	216
7.3 Određivanje asimptota geometrijskog mesta korenova .....	219
7.4 Određivanje položaja pivota geometrijskog mesta korenova .....	222
7.5 Određivanje uglova napuštanja i prilaska geometrijskog mesta korenova .....	223
7.6 Butterworth-ovi modeli .....	224
7.7 Numerički primeri .....	228
Literatura .....	245

**8. METODA****GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA:**

Prilaz sa pozicija karakteristične funkcije .....	247
8.1 Uvod .....	247
8.1.1 Struktura sistema, priliminarna razmatranja i osnovna označavanja .....	247
8.1.2 Veza između karakterističnih jednačina otvorenog i zatvorenog kola dejstva sistema za datu osnovnu strukturu sa povratnom spregom .....	249
8.2 Karakteristične funkcije .....	253
8.3 Reimann-ova ravan karakteristične funkcije .....	254
8.4 Metod za konstruisanje <i>Reimann</i> -ovih ravni karakterističnih funkcija prenosne matrice .....	256
8.5 Odnos između algebarski definisanih polova i nula skupa karakterističnih funkcija .....	259
8.6 Newton-ov dijagram .....	261
8.7 Numerički primeri .....	266
8.8 Još neka dopunska pojašnjenja suštinskih osobina karakterističnih funkcija .....	270

8.8.1 Polovi i nule karakteristične funkcije .....	271
8.8.2 Karakteristični vektor funkcija za matrične funkcije kompleksne promenljive .....	273
8.8.3 Algebarska definicija polova i nula matrice prenosnih funkcija .....	271
8.8.4 Pravila za određivanje polinoma polova i polinoma nula .....	273
8.9 Značaj nula višestruko prenosnih sistema za analizu i sintezu .....	278
Literatura .....	284
<b>9. OPTIMALNA METODA</b>	
<b>GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA</b>	
<b>U PRIMENI NA VIŠESTRUKO PRENOSNE</b>	
<b>SISTEME AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA .....</b>	285
9.1 Uvod .....	285
9.2 Metoda geometrijskog mesta korenova i optimalna metoda geometrijskog mesta korenova .....	286
9.3 Konačne i beskonačne nule .....	287
9.4 Konačne granice optimalnog geometrijskog mesta korenova .....	290
9.4.1 Povratno odstupanje i optimalno geometrijsko mesto korenova .....	290
9.4.2 Optimalne konačne nule .....	292
9.5 Asimptote optimalnog geometrijskog mesta korenova .....	294
9.5.1 Optimalne beskonačne nule prvog i drugog reda .....	294
9.5.2 Optimalne beskonačne nule trećeg reda .....	297
9.5.3 Optimalne beskonačne nule četvrtog reda .....	303
9.5.4 Optimalne beskonačne nule petog i viših redova .....	304
Literatura .....	314

# METODA GEOMETRIJSKOG MESTA KORENOVA - DODACI

## IV DODACI

<b>Dodatak A</b>	Oznake .....	315
<b>Dodatak B</b>	Spirula .....	321
<b>Dodatak C</b>	Hodograf geometrijskog mesta korenova pri negativnim vrednostima faktora pojačanja otvorenog kola .....	331
<b>Dodatak D</b>	Izgledi hodografa geomatrijskog mesta korenova u sistemima automatskog regulisanja sa minimalno faznim otvorenim kolima .....	335
<b>Dodatak E</b>	Striktno svojstveni i nesvojstveni sistemi .....	340
<b>Dodatak F</b>	Izvodi iz linearne algebre .....	342
<b>Dodatak G</b>	Ortogonalnost vektora $\mathbf{b}$ i $\mathbf{c}^T$ .....	354
<b>Dodatak H</b>	Karakteristične algebarske funkcije i Butterworth-ovi modeli ..	355
<b>Dodatak I</b>	Nule i polovi višestruko prenosnih sistema .....	357
<b>Dodatak J</b>	Invarijantni faktori .....	367
<b>Dodatak K</b>	Anihilatori matrica .....	369
<b>Dodatak L</b>	Karakteristični polinom SAU .....	373
<b>Dodatak M</b>	Primer određivanja nula višestruko prenosnog sistema .....	375
<b>Dodatak N</b>	Spektralna dekompozicija matrice $BC$ .....	377
<b>Dodatak O</b>	Shur-ova formula .....	379
<b>Dodatak P</b>	Direktna suma .....	380
<b>Dodatak Q</b>	Gershgorin-ova teorema .....	382
<b>Dodatak R</b>	Dokaz Leme 5.2 .....	383
<b>Dodatak S</b>	Dokaz Teoreme 5.6 .....	385
<b>Dodatak T</b>	Markov-ljevi parametri .....	387
<b>Dodatak U</b>	Dokaz Stava 5.1 .....	392
<b>Dodatak V</b>	Spektralna dekompozicija matrice $BKC$ u slučaju očigledne degeneracije matrice $CBK$ .....	393

<b>Dodatak W</b> Jordan-ove matrične forme i sopstveni vektori .....	395
<b>Dodatak X</b> Moore – Penrose – ova generalisana inverzija .....	401
<b>Dodatak Y</b> Neka pojašnjenja u vezi Leme 6.2 .....	409
<b>Dodatak Z</b> Dokaz ekvivalentnosti asimptotskog ponašanja sistema $S_1$ i $S_2$ .....	410
<b>Dodatak Ž</b> Dopunski rezultati i dokazi .....	412
<b>Literatura</b> .....	415