

# *SADRŽAJ*

## **NEKA OPŠTA PITANJA KLASSE RAZMATRANIH SISTEMA**

<b>I OPŠTA RAZMATRANJA</b> .....	1
1. UVOD .....	1
Literatura .....	4
<b>2. PRIRODA I OSOBENOSTI LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	5
Literatura .....	6
<b>3. KLASIFIKACIJA I PODELE KONTINUALNIH SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	7
Literatura .....	10

<b>4. MATEMATIČKI MODELI I PRIMERI SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	11
<b>4.1. Primeri kontinualnih singularnih sistema u elektrotehnici</b> .....	12
4.1.1 Primeri kontinualnih iregularnih singularnih sistema u elektrotehnici .....	12
4.1.2 Još jedan specifičan primer kontinualnog singularnog sistema u elektrotehnici .....	15
4.1.3 Kraći hronološki pregled zastupljenosti singularnih sistema u nauci, tehnici i prirodnim i društvenim naukama .....	16
Literatura .....	17

## **II TEORIJSKE OSNOVE I DINAMIČKO PONAŠANJE SINGULARNIH SISTEMA** .....

21

<b>5. KANONIČKE FORME LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	23
5.1 Upravljiva kanonička forma .....	23
5.2 Osmotriva kanonička forma .....	24
5.3 SVD kanonička forma .....	24
5.4 Normalna kanonička forma .....	25
5.5 Standardna kanonička forma .....	26
5.6 Vajerštrasova kanonička forma .....	27
5.7 Posebna standardna kanonička forma .....	27
5.8 Posebna upravljiva kanonička forma .....	28
5.9 Core–nilpotent forma .....	30
5.10 Godbout–Jordan–ova kanonička forma .....	30
5.11 Christodoulou–Mertzios–ova kanonička forma .....	35
5.12. Tan–Vandewalle–ova kanonička forma .....	38
Literatura .....	42

<b>6. REŠLJIVOST KONTINUALNOG LINEARNOG SINGULARNOG SISTEMA OPISANOG ALGEBRO–DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA</b> .....	45
Literatura .....	51

<b>7. KONZISTENTNI POČETNI USLOVI .....</b>	<b>53</b>
Literatura .....	55
<b>8. ODREĐIVANJE REŠENJA SINGULARNOG SISTEMA DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA I KRETANJE SINGULARNOG SISTEMA U PROSTORU STANJA .....</b>	<b>59</b>
<b>8.1 Prilaz sa pozicije primene Drazinove inverzije .....</b>	<b>59</b>
<b>8.2 Prilaz sa pozicija primene kanoničkih formi .....</b>	<b>60</b>
<b>8.3 Prilaz sa pozicija primene Moore–Penrosove inverzije .....</b>	<b>63</b>
Literatura .....	67
<b>9. MATRICA PRENOSNIH FUNKCIJA KONTINUALNIH LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA .....</b>	<b>69</b>
<b>9.1 Metoda Paraskevopoulos–Christodoulou–Boglu .....</b>	<b>69</b>
<b>9.2 Metoda Mertizios .....</b>	<b>71</b>
<b>9.3 Metoda Mertzios–Syrmos .....</b>	<b>74</b>
Literatura .....	76
<b>10. IMPULSNO PONAŠANJE KONTINUALNIH LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA .....</b>	<b>77</b>
<b>10.1 Opšta razmatranja .....</b>	<b>77</b>
<b>10.2 Neke specifičnosti rešenja sistema algebro– diferencijalnih jednačina kao prirodnih matematičkih     modela kontinualnih linearnih singularnih sistema .....</b>	<b>85</b>
10.2.1 Opšta razmatranja .....	85
10.2.2 Opšti oblik rešenja sistema algebro–diferencijalnih jednačina .....	88
Literatura .....	97

## **IMPULSNA PONAŠANJA SINGULARNIH SISTEMA**

<b>III IMPULSNA PONAŠANJA</b>	
<b>LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	99
<b>11. STABILNOST SISTEMA OPISANIH</b>	
<b>DIFERENCIJALNIM JEDNAČINAMA</b>	
<b>KOJE SADRŽE IMPULSE</b> .....	99
11.1 Osnovna svojstva .....	99
11.2 Stabilnost opšteg sistema .....	101
Literatura .....	106
<b>12. DOVOLJNI USLOVI</b>	
<b>ZA IMPULSNU NEUPRAVLJIVOST</b>	
<b>I IMPULSNU NEOSMOTRIVOST</b>	
<b>KOD SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	107
12.1 Uvodna razmatranja .....	107
12.2 Glavni rezultati .....	109
Literatura .....	111
<b>13. IMPULSNI MODOVI</b>	
<b>I UZROČNOST KOD SINGULARNIH SISTEMA</b> .....	113
13.1 Uvod .....	113
13.2 Teorijska priprema .....	113
13.3 Impulsni modovi .....	117
13.3.1 Impulsni modovi i povratna sprege stanja .....	118
13.3.2 Impulsna upravljivost i impulsna osmotrivost .....	119
13.3.3. Impulsni modovi usled povratne sprege stanja .....	120
13.4 Uzročnost .....	123
13.4.1 Uzročnost, Y–upravljivost, Y–osmotrivost .....	123
13.4.2 Uzročnost između ulaznih i izlaznih veličina .....	125
13.4.3 Uzročnost usled upravljanja .....	126
13.5 Primeri .....	127
Literatura .....	130
<b>14. DOPUNSKA REŠENJA ZA SINGULARNE SISTEME</b> .....	131
14.1 Uvod .....	131
14.2 Početna razmatranja .....	131

<b>15. O POČETNIM TRENUTNIM SVOJSTVIMA SINGULARNIH SISTEMA .....</b>	<b>145</b>
<b>15.1 Uvod .....</b>	<b>145</b>
<b>15.2 Postojanje i predstavljanje početnih skokova .....</b>	<b>145</b>
<b>15.3 Eliminacija skoka izlaznom povratnom spregom .....</b>	<b>148</b>
<b>15.4 Minimizacija početnih trenutnih skokova .....</b>	<b>153</b>
Literatura .....	159
<b>16. DECENTRALIZOVANA STABILIZACIJA SINGULARNIH I SLOŽENIH SISTEMA AUTOMATSKOG UPRAVLJANJA SA VREMENSKIM KAŠNENJEM I SA IMPULSNIM REŠENJIMA .....</b>	<b>161</b>
16.1 Uvod .....	161
16.2 Pripremni deo .....	162
16.3 Teoreme stabilnosti .....	165
16.4 Decentralizovana stabilizacija .....	169
16.5 Primer .....	170
Literatura .....	174
<b>17. NEKI KOMENTARI O IMPULSNOM PONAŠANJU LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA .....</b>	<b>177</b>
17.1 Uvod .....	177
17.2 Dinamika sistema .....	177
17.3 Standardna kanonička forma .....	181
Literatura .....	184
<b>18. ROBUSNA STABILIZACIJA SINGULARNIH SISTEMA SA IMPULSNIM PONAŠANJEM, VREMENSKIM KAŠNENJEM I NELINEARNIM PERTURBACIJAMA .....</b>	<b>185</b>
18.1 Uvodna razmatranja .....	185

18.2 Formulacija problema .....	186
18.3 Sistemi sa vremenskim kašnjenjem i sistemi sa impulsnim ponašanjem .....	188
18.4 Robusna stabilizacija .....	193
18.5 Algoritam projektovanja upravljačkog sistema sa primerom .....	202
Literatura .....	204
<b>19. ROBUSNA STABILNOST KOMPOZITNIH SINGULARNIH I INTERVALNO IMPULSNIH DINAMIČKIH SISTEMA SA NEODREĐENOSTIMA I SA VREMENSKIM KAŠNJENJEM .....</b>	<b>207</b>
19.1 Uvod .....	207
19.2 Formulacija problema .....	208
19.3 Preliminarna razmatranja .....	211
19.4 Robusna stabilnost .....	214
19.5 Primer .....	225
Literatura .....	226

## **PRIMENA GENERALISANIH INVERZIJA U ANALIZI DINAMIČKOG PONAŠNJA LINEARNIH SIGULARNIH SISTEMA**

<b>IV OPŠTA TEORIJA GENERALISANIH INVERZIJA .....</b>	<b>229</b>
20. IZVODI IZ TEORIJE MATRICA .....	229
Literatura .....	236
<b>21. MOORE–PENROSE–OV ILI GENERALISANI INVERZ .....</b>	<b>237</b>
21.1 Osnovne definicije .....	237
21.2 Osnovne osobine Moore–Penrose–ovog inverza .....	240
21.3 Moore–Penrose–ov inverz nekih specijalnih matrica .....	243
21.4 Izračunavanje Moore–Penrose–ovog inverza .....	245

21.5 (I, J, K)–generalisani inverzi .....	253
21.6 Minimalno svojstvo Moore–Penrose–ovog inverza .....	259
21.7 Izračunavanje generalisanih inverza i brojnog rešenja linearnih jednačina .....	262
21.7.1 Generalisani inverzi .....	262
21.7.2 Linearne jednačine .....	265
21.7.3 Numerički primeri .....	266
21.8 Rešenje matrične jednačine $AXB=C$ .....	270
21.9 Izračunavanje prostora kolona, nultog prostora i projektora .....	271
21.10 Druge metode za izračunavanje Moore–Penrose–ovog inverza .....	272
22.11 Primer generalisanih inverza u zadacima identifikacije sistema .....	276
21.11.1 Opšta postavka problema .....	276
21.11.2 Primene generalisanih inverza u metodi najmanjih kvadrata .....	278
Literatura .....	279
<b>22. DRAZIN–ova INVERZIJA .....</b>	<b>281</b>
22.1 Uvod .....	281
22.2 Osnovne definicije .....	281
22.3 Osnovne osobine Drazin–ovog inverza .....	286
22.4 Drazin–ov inverz kao polinom po $A$ .....	290
22.5 Izračunavanje Drazin–ovog inverza .....	295
22.6 Spektralni generalisani inverzi kvadratnih matrica .....	301
22.7 Spektralna svojstva Drazin–ovog inverza .....	304
22.8 Ostali spektralni inverzi .....	309
Literatura .....	310
<b>23. PRIMENA GENERALISANIH INVERZA U SINGULARNIM SISTEMIMA .....</b>	<b>311</b>
23.1 Pojam singularnih sistema, oblasti primene, pojava i poreklo singularnosti .....	311
23.2 Određivanje kretanja singularnih sistema pomoću Drazin–ovog inverza .....	313

23.3 Određivanje kretanja sistema gde su sistemske matrice pravougaone .....	329
Literatura .....	334

## **NEKI PROBLEMI STABILIZACIJE I OPTIMIZACIJE KONTINUALNIH LINEARNIH SINGULARNIH SISTEMA**

<b>V STABILIZACIJA I OPTIMIZACIJA .....</b>	<b>335</b>
---	------------

<b>24. NEUPRAVLJIVI SINGULARNI SISTEMI U BESKONAČNOSTI .....</b>	<b>335</b>
24.1 Uvod .....	335
24.2 Definicije i leme .....	339
24.3 Redukcija do sažete forme .....	343
24.4 Regularizacija i minimizacija indeksa pomoću povratne sprege po stanju.....	350
24.5 Geometrijski dokazi .....	354
24.6 Povratna sprega po izvodu veličina stanja i povratna sprega po izlazu .....	356
Literatura .....	358

<b>25. LINEARNO KVADRATNA OPTIMALNA REGULACIJA ZA VREMENSKI KONTINUALNE SINGULARNE SISTEME – NA BAZI DINAMIČKOG PROGRAMIRANJA .....</b>	<b>361</b>
25.1 Uvod .....	361
25.2 Preliminarni rezultati .....	362
25.3 Linearno–kvadratni slučaj .....	364
25.4 Problem beskonačnog horizonta .....	370
Literatura .....	373

<b>26. <math>H_{\infty}</math> UPRAVLJANJE ZA SINGULARNE SISTEME: PRISTUP PREKO MATRIČNIH NEJEDNAKOSTI .....</b>	<b>375</b>
26.1 Uvod .....	375
26.2 Matrične nejednakosti za singularne sisteme .....	376
26.3 Glavni rezultati .....	379
Literatura .....	385



# DODACI

<b>DODACI</b> .....	387
DODATAK A – Oznake .....	387
DODATAK B – Ekvivalentnost singularnih sistema .....	393
Literatura .....	395
DODATAK C – Dokazi nekih Lema iz Glave 18 .....	395
Literatura .....	396
DODATAK D – Dokaz Teoreme 26.2 .....	397
DODATAK E – Transformacije .....	401
E.1 Proste funkcije i uopštenja .....	401
E.2 Linearne transformacije .....	403
E.3 Promena bazisa .....	405
E.4 Operacije sa linearnim transformacijama .....	406
E.5 Granične transformacije .....	408
E.6 Neke transformacije konačnih dimenzija .....	409
E.7 Neke transformacije na prostorima beskonačnih dimenzija .....	412
Literatura .....	414
DODATAK F – Stabilnost linearnih mehaničkih sistema sa holonomnim vezama .....	415
F.1 Uvod .....	415
F.2 Stabilnost .....	417
F.3 Linearni vremenski nepromenljivi singularni sistemi .....	418
F.4 Linearni vremenski nepromenljivi mehanički sistemi sa holonomnim vezama (ograničenjima) .....	421
Literatura .....	425
<b>LITERATURA</b> .....	427