

# SADRŽAJ

1. UVOD. ....	1
1.1. Povijest operacijskih istraživanja. ....	1
1.2. Izrada modela. ....	2
2. LINEARNO PROGRAMIRANJE. ....	5
2.1. Matematičke osnove linearnog programiranja. ....	5
2.1.1. Definicija linearnog programiranja. ....	5
2.1.2. Definicija rješenja. ....	6
2.1.3. Primjer formuliranja i rješavanja LP. ....	8
2.1.4. Grafičko rješavanje linearnog programa. ....	9
2.1.5. Simpleksna metoda. ....	10
2.1.6. Simpleksna metoda u tabličnom obliku. ....	16
2.1.7. Ograničenja tipa $=$ i $\geq$ . ....	18
2.1.8. Vrste rješenja. ....	25
2.1.9. Dualnost. ....	33
2.2. Revidirana simpleksna metoda. ....	45
2.2.1. Formuliranje transformiranog problema. ....	47
2.2.2. Izbor ulazne nebazične varijable. ....	47
2.2.3. Izbor izlazne bazične varijable. ....	47
2.2.4. Stožerni razvoj i revizija inverzne baze. ....	48
2.2.5. Računske operacije u revidiranoj simpleksnoj metodi. ....	49
2.2.6. Numerički primjer. ....	52
2.2.7. Skaliranje podataka. ....	55
2.2.8. Numeričke tolerancije. ....	55
2.2.9. Postupci u općem linearnom programu. ....	57
2.3. Mješovito-cjelobrojno programiranje. ....	58
2.3.1. Algoritam grananja i ograđivanja. ....	58
2.3.2. Primjene mješovito-cjelobrojnog programiranja. ....	65
2.4. Separabilno programiranje. ....	67
3. VIŠEKRITERIJSKO PROGRAMIRANJE. ....	70
3.1. Podjela metoda višekriterijskog programiranja. ....	70
3.2. Metode optimizacije s više funkcija cilja. ....	71
3.2.1. Osnovni pojmovi i definicije. ....	71
3.2.2. Metode kod kojih se ne naglašava preferencije na funkcije cilja. ....	74
3.2.3. Metode kod kojih se informacije o preferencijama daju prije rješavanja problema. ....	75
3.2.4. Metode kod kojih se informacije o preferencijama daju naknadno. ....	81

3.3. Metode optimalnog izbora.....	81
3.3.1. Osnovni pojmovi.....	81
3.3.2. Transformacija atributa.....	82
3.3.3. Metode kod kojih se ne naglašavaju preferencije.....	83
3.3.4. Metode kod kojih se naglašavaju preferencije na attribute .....	84
3.3.5. Metode kod kojih se zadaju preferencije na mogućnosti. . .	86
4. GRADIJENTNE METODE NELINEARNOG OPTIMIRANJA.....	87
4.1. Optimiranje konkavne nelinearne funkcije bez ograničenja.....	87
4.2. Optimiranje konkavne nelinearne funkcije uz linearna ograničenja.....	89
4.2.1. Projekcija vektora na pravac.....	90
4.2.2. Produljenje vektora do pravca.....	91
4.2.3. Primjer optimizacije konkavne funkcije s ograničenjima. .	93
5. DINAMIČKO PROGRAMIRANJE.....	98
5.1. Problem najbržeg prijenosa. ....	99
5.2. Problem raspodjele investicija. ....	102
6. ANALIZA MREŽA.....	106
6.1. Osnovni pojmovi iz teorije grafova.....	106
6.2. Problem maksimalnog toka. ....	107
6.2.1. Definicije. ....	107
6.2.2. Rješenje linearnim programiranjem.....	107
6.2.3. Algoritam za pronalaženje maksimalnog toka.....	109
6.2.4. Primjer. ....	110
6.3. Problem najkraćeg puta. ....	112
6.3.1. Rješenje linearnim programiranjem.....	113
6.3.2. Metoda Bellman–Ford.....	114
6.3.3. Dijkstrin algoritam. ....	115
6.3.4. Iterativna modifikacija Bellman–Fordova algoritma. ....	117
6.4. Problemi najduljeg puta. ....	118
6.5. Pronalaženje minimalnog stabla. ....	118
6.6. Transportni problem. ....	121
6.6.1. Formulacija transportnog problema kao linearni program .....	121
6.6.2. Metoda MODI. ....	123
6.7. Problemi pridruživanja i smještaja. ....	129
6.7.1. Standardni problem pridruživanja.....	129
6.7.2. Nestandardni problem pridruživanja.....	130
6.7.3. Metoda grananja i ograđivanja.....	130

6.7.4. Problemi smještaja centara posluživanja.....	132
7. MREŽNO PLANIRANJE.....	138
7.1. Mreža s aktivnostima na granama.....	138
7.1.1. Rješenje linearnim programiranjem.....	139
7.1.2. Rješenje analizom mreža.....	140
7.1.3. Fiktivne aktivnosti.....	143
7.2. Metoda kritičnog puta i analiza troškova.....	143
7.2.1. Analiza troškova enumeracijom.....	146
7.2.2. Analiza troškova matematičkim programiranjem.....	147
7.3. Metoda PERT.....	150
7.3.1. Proračun vjerojatnosti.....	153
7.4. Mreža s aktivnostima u čvorovima.....	154
8. PROBLEM NABAVKE I ZAMJENE OPREME.....	157
8.1. Izbor trenutka za zamjenu opreme.....	157
8.1.1. Aktualizacija.....	159
8.2. Problem izbora opreme.....	160
9. PROBLEM VO\ENJA ZALIHA.....	163
9.1. Deterministički modeli.....	163
9.1.1. Nedostatak robe nije dopušten.....	163
9.1.2. Privremeno dopušten nedostatak robe.....	165
9.2. Stohastički modeli.....	167
9.2.1. Roba koja gubi na vrijednosti.....	167
9.2.2. Nedostatak robe izaziva troškove po količini i vremenu... ..	168
9.2.3. Stohastičko kašnjenje kod snabdijevanja.....	170
10. DISKRETNI SLUČAJNI PROCESI.....	171
10.1. Stacionarne vjerojatnosti.....	176
10.2. Klasifikacija Markovljevih lanaca.....	177
10.3. Vjerojatnost prvog dolaska ili prvog povratka.....	179
10.4. Očekivano vrijeme prvog dolaska i prvog povratka.....	180
10.5. Apsorbirajući lanci.....	182
11. LINEARNO PROGRAMIRANJE NA RAČUNALU.....	186
11.1. Postupak izrade matematičkih modela.....	187
11.1.1. Identifikacija problema prikladnog za rješavanje s pomoću LP.....	187
11.2. Programski sustav LPE.....	190
11.3. Primjeri korištenja linearnog programiranja.....	190

11.3.1. Jednostavni problem proizvodnje. . . . .	190
11.3.2. Model višefazne proizvodnje. . . . .	199
11.3.3. Problem smjese. . . . .	204
11.3.4. Problem prehrane. . . . .	204
11.3.5. Problem korištenja sirovina. . . . .	206
11.3.6. Primjer problema pridruživanja. . . . .	207
11.3.7. Transportni problem. . . . .	211
11.3.8. Optimizacija trajanja projekta. . . . .	213
11.3.9. Rješavanje sustava linearnih jednadžbi. . . . .	219
11.4. Primjeri korištenja višekriterijskog programiranja. . . . .	221
11.4.1. Problem proizvodnje i prodaje s međuskladištem. . . . .	221
11.4.2. Problem transporta . . . . .	222
11.4.3. Organizacija proizvodnje. . . . .	224
12. LITERATURA. . . . .	226
13. PRILOG: Zadaci iz linearnog programiranja. . . . .	229